

Chapitre 3

Technique EZW

3.1. Introduction

La compression de l'image est très importante pour l'efficacité la transmission et le stockage des images. Cela réduit le nombre de bits nécessaires pour représenter une image en supprimant le spatial et licenciements spectrales. La transformée en ondelettes discrète (DWT) [Tho] est devenue une technologie de pointe dans la compression de données.

La compression de l'image est généralement composé de trois étapes de base. Tout d'abord, l'image se transforme en coefficients d'ondelettes qui seront ensuite quantifiés seuillés. A partir de ces coefficients, l'algorithme EZW (Embedded Zero tree Wavelet) permet de générer un flux de bits en sortie permettant d'optimiser les résultats de la compression. Ce chapitre décrit en détail la méthode EZW développé et appliquée aux images par J. Shapiro [Gab, Per, Kar].

3.2. Transformée en ondelettes

La Transformée en Ondelettes (TO) est devenue en quelques années un sujet de recherche très débattu. On ne compte plus aujourd'hui les applications qui utilisent cette technique. Il s'agit d'un algorithme permettant de calculer une représentation d'une image en bandes de fréquences indépendantes. Cette représentation est particulièrement utile pour le traitement d'images.

3.3. Principe de Transformation en ondelettes

Les images sont décomposés par la transformée en ondelettes en différents niveaux. Ces niveaux de décomposition contiennent un certain nombre de sous-bandes, qui se composent des coefficients qui décrivent les caractéristiques de fréquence spatiale horizontale et verticale de l'image [Hon].

L'application de la DWT standard utilise une décomposition en sous-bande 1-D d'un ensemble 1-D en des échantillons passe-bas et des échantillons passe-haut. Les échantillons passe-bas représentent une version à basse résolution de l'ensemble original. Les échantillons passe-haut représentent une version résiduelle de l'ensemble original requise pour la reconstruction parfaite de l'ensemble original et de l'ensemble passe-bas.

Des décompositions de puissance 2 sont utilisées sous forme de décomposition dyadique comme indiquée dans la figure 3.1.

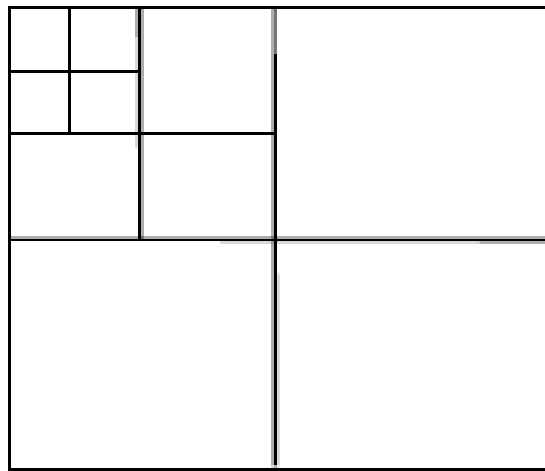


Figure 3.1 : Décomposition dyadique [Hon].

Un exemple d'une décomposition dyadique dans des sous-bandes de l'image "Barbara" est illustré dans Figure 3.2.



Figure 3.2 : Exemple de décomposition dyadique dans des sous-bandes pour l'image Barbara.

3.4. Quantification

Lors du codage avec pertes, la précision sur les coefficients d'ondelettes est réduite par la quantification scalaire uniforme. Cette étape permet d'une part de mettre à zéro les coefficients de faibles amplitudes (influant peu la qualité de l'image) mais fixe aussi le taux de compression minimal de l'image (c.à.d. lorsque l'information quantifiée est intégralement incluse dans le code stream). Après la transformée en ondelette, tous les coefficients d'ondelette sont uniformément quantifiés par suite :

$$W_{m,n} = \text{sign}(S_{m,n}) \left(\frac{|S_{m,n}|}{\delta} \right) \quad (3.1)$$

Où $S_{m,n}$ sont les coefficients transformés, $W_{m,n}$ est le résultat quantifié, δ est le pas de quantification, $\text{sign}(x)$ renvoie le signe du coefficient x .

Le processus de quantification convertit les coefficients d'ondelette du nombre flottant en nombre entier. Dans le codage de EZW, le processus de quantification détermine la distorsion permise de transformée de coefficients.

Les coefficients quantifiés sont divisés en paquets. Chaque sous-bande est divisée en rectangles non-recouverts de taille égale. Trois rectangles correspondant au même endroit de l'espace à trois sous-bandes directionnelles HL, LH, HH de chaque résolution de niveau comprenant un paquet.

Les paquets sont encore divisés en rectangulaires non-recouverts bloc de code, qui sont les entités fondamentales dans l'opération de codage entropique.

3.5. Codeur EZW

EZW signifie « Embedded Zerotree Wavelets » ou encapsulation d'ondelettes par arbres de zéros, c'est elle qui est généralement utilisée –sous des noms divers dans la plupart des implémentations de moteur de compression par ondelettes. En effet elle possède une propriété extrêmement intéressante : elle code l'information par ordre exact dans le signal, les coefficients sont codés du plus significatif au moins significatif. L'intérêt est évident : pour obtenir une compression sans perte, on code tout les coefficient et pour obtenir une compression avec pertes, il suffit d'interrompre le décodage à l'instant souhaité, en fonction des pertes admises.

Comme les autres méthodes de quantification, elle n'opère que sur les sous-bandes de la transformée, sans modifier le signal basse résolution. Elle consiste à effectuer plusieurs

passages successifs dans le signal transformé en utilisant un seuillage de plus en plus bas .A chaque passage, un coefficient lu n'est codé que s'il est significatif (par rapport à la valeur de seuil), auquel cas il est remplacé par sa différence avec le seuil.

L'avantage est que les seuils sont prédéterminés. Par exemple si les sous bandes sont codées sur 256 valeurs -typiquement des entiers de 0 à 255- on effectuera des passages successifs avec 128, 64, 32,... comme valeurs de seuils.

Le codage d'une image en utilisant l'arrangement de l'EZW, ainsi que quelques optimisations ont comme conséquence un compresseur remarquablement efficace d'image avec la propriété que le flux de données comprimé peut avoir n'importe quel débit binaire désiré. N'importe quel débit binaire est seulement possible s'il y a pertes de l'information quelques parts de telle sorte que le compresseur soit lossy. Cependant, la compression lossless est également possible avec un encodeur EZW.

3.6. Caractères du codeur

L'algorithme de EZW contient les caractères suivants :

- ✓ Une transformation d'ondelette discrète qui produit une représentation de Multirésolution.
- ✓ Le codage zerotree qui fournit une représentation compacte multirésolution. Ainsi une table de signification (vecteur des éléments signifiants), indique les positions des coefficients insignifiants à travers les échelles (balances).
- ✓ Un protocole de priorité par lequel l'ordre d'importance est déterminé. On ordonne par précision, magnitude, échelle et localisation spatiale les coefficients d'ondelette. Remarquons en particulier que les plus grands coefficients sont jugés plus importants que les plus petits coefficients sans considérer leur échelle.
- ✓ Le codage d'arithmétique adaptatif à multi niveaux fournit une méthode rapide et efficace pour les chaînes de codage entropiques des symboles et ne nécessite pas de formation ou des table pré-établi.

3.7. Algorithme EZW

Cet algorithme repose sur deux idées majeures : la compression de la carte des coefficients significatifs basées sur le principe des 'zerotree' et le principe de quantification par approximations successives.

3.7.1. Compression du caret des coefficients significatifs

La structure de zerotree est composée d'un ancêtre et de descendants. L'ancêtre et le coefficient négligeable, la structure appartenant à l'échelle la plus grossière. Les descendants sont tous les coefficients de même direction et de même localisation que l'ancêtre appartenant aux échelles plus fines dans cet arbre.

Chaque père à l'échelle 'i' possède deux fils à l'échelle 'i-1'. Si un ancêtre et tous ses descendants sont négligeables alors nous attribuons à l'ancêtre le code zerotree au décodage, lorsque le symbole « zerotree » est rencontré, nous saurons que le coefficient et tous ses descendants sont négligeables théoriquement. Lorsqu'un ancêtre est négligeable, cela n'entraîne pas que tous ses descendants soient négligeables. En pratique, sur des signaux réels, la probabilité que ce phénomène survienne est très importante. La structure des « zerotree » permet de coder la carte des coefficients significatifs par un très faible nombre de bits [Sha].

3.7.2. Quantification par approximations successives

L'idée est d'envoyer en premier lieu, l'information la plus significative possible. Pour cela, nous émettons en premier les données qui réduisent le plus le carré de l'erreur moyenne (acronyme anglais MSE) entre le signal d'origine et le signal reconstruit. Les coefficients d'ondelettes à transmettre pour réduire au maximum le MSE sont ceux de norme la plus grande. La quantification par approximations successives minimise de manière optimale le MSE pour chaque bit émis. Si, par exemple, nous devons envoyer uniquement un bit du signal représenté par le code binaire P égal à 01001101. Nous choisirons de transmettre le deuxième bit en partant de la gauche car c'est le bit porteur du plus d'informations.

Expliquons maintenant comment J Shapiro a développé un algorithme respectant les concepts énoncés ci-dessus le principe consiste à lancer successivement l'algorithme pour des valeurs de seuils décroissantes $T_0, T_1, \dots$. Nous prenons comme valeur de seuil la plus élevée:

$$T_0 = 2^{\lfloor \log_2 X_{\max} \rfloor} \quad (3.2)$$

Où $X_{\max}$ est le plus grand coefficient d'ondelette. De plus le seuil T_i à l'itération i est égal à $T_{i-1}/2$. A la première étape le seuil est très grand et il y a très peu de coefficients d'ondelette significatifs. La représentation à l'aide des « zerotree » de la carte des coefficients

significatifs est très intéressante car très compacte dans ce cas, de plus nous émettons uniquement le bit de poids fort des coefficients significatifs [Sha].

3.7.3. Etapes de l'algorithme EZW

La figure 3.3 décrit les étapes de l'algorithme EZW.

- **Initialisation**

Nous appliquons la transformée en ondelette au signal, puis nous déterminons le seuil T_0 de telle sorte qu'il soit égal à la plus grande puissance de deux inférieure à la valeur maximale des coefficients d'ondelette qui est définie par l'équation 3.2.

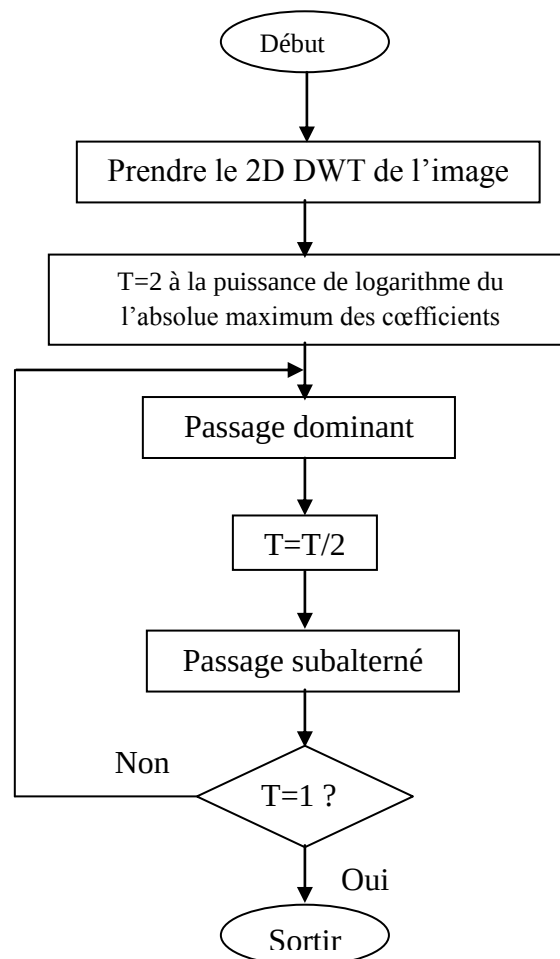


Figure 3.3 : Algorithme EZW.

- **Etape principale**

Nous parcourons les coefficients d'ondelette selon le chemin représenté sur la figure 3.4. Que les zerotree soient les plus efficaces possibles. Pour chaque coefficient nous affectons un des quatre symboles suivants en les comparant au seuil courant T :

PS (positif et significatif) : si la valeur absolue du coefficient est au dessus du seuil T et de signe positif.

NS (négatif et significatif) : si la valeur absolue du coefficient est au dessus du seuil T et de signe négatif.

IZ (zéro isolé) : si la valeur absolue du coefficient est inférieure au seuil T possédant un ou plusieurs descendants qui ne sont pas négligeables devant T .

ZTR (zéro trée isolé) : tous les coefficients descendants d'un coefficient qui ont le symbole ZTR ne seront pas codés puisque tous les descendants sont négligeables.

Nous ne transmettons que pour une partie des coefficients les quatre symboles ci-dessus.

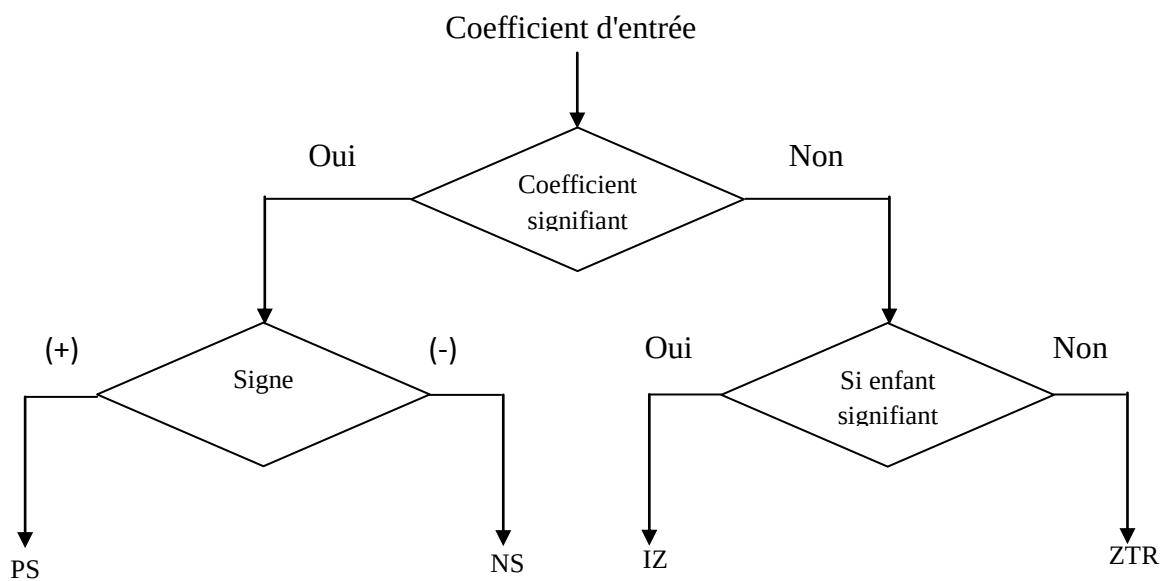


Figure 3.4 : Affectation de symboles pour les coefficients [Sha].

- **Etape secondaire**

Pour toutes les valeurs significatives déterminées dans l'étape précédente nous émettons le bit correspondant à 2^{i-1} pour augmenter la précision des valeurs significatives transmises. Nous recommençons l'algorithme à l'étape 2 sur le résidu du signal en incrémentant i de un et en divisant le seuil T par deux. Nous itérons le processus jusqu'à ce que le critère de qualité du signal soit atteint ou que le nombre de bits transférables soit dépassé.

L'étape secondaire sert à rendre les coefficients significatifs à l'étape courante négligeables à la prochaine étape pour augmenter les chances d'avoir des 'zerotree'.

Les avantages de cet algorithme sont sa simplicité et sa robustesse à l'interruption du transfert des données. Effectivement, lorsque le transfert des données est interrompu, cet algorithme donne une qualité du signal aussi meilleure que possible avec les données reçues.

- **Codage par '1' et '0'**

Cette partie est basée principalement sur les valeurs qui sont codées dans l'EZW par 'POS' et 'NEG'. Ainsi, on va suivre les étapes suivantes:

- on prend toutes les valeurs qui sont supérieures ou égales au seuil.
- les valeurs qui sont supérieures ou égale à la valeur $(3/2 * \text{seuil})$ seront codées par '1'.
- les valeurs qui sont dans l'intervalle $[\text{seuil}, 3/2 * \text{seuil}]$ seront codées par '0'.

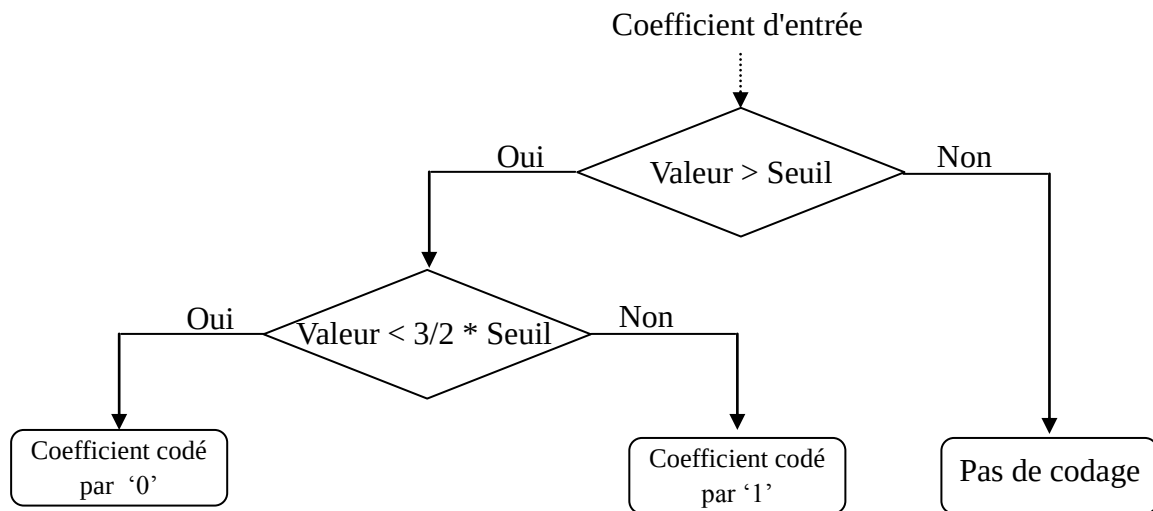


Figure 3.5 : Codage des coefficients signifiants [Sha].

- **Récupération du signal**

On peut récupérer le signal à partir des codes obtenus par la relation suivante :

$$W = T (a_0 * (2)^0 + a_1 * (2)^{-1} + \dots + a_n * (2)^{-n}) \quad (3.3)$$

Où :

W : coefficient du signal original.

T : la valeur du seuil $= 2^{\lfloor \log_2 w_{\max} \rfloor}$

$$a = \begin{cases} 1 & \text{si le code est POS} \\ 0 & \text{si le code est Z ou ZTR} \\ -1 & \text{si le code est NEG} \end{cases}$$

Exemple

Soit les chaînes des codes suivants : (NEG Z 2POS 4Z ; Z POS 2ZTR ; Z 2POS ZTR POS Z ; Z 3POS Z 2POS Z ; NEG POS 2Z 2POS Z POS)

On donne :

T (seuil)=16, N (niveau)=3, D (dimension du vecteur original)=8

Les coefficients du signal original seront calculés de la manière suivante:

$$W_1 = 16[-1 + 0 \cdot (2)^{-1} + 0 \cdot (2)^{-2} + 0 \cdot (2)^{-3} - 1 \cdot (2)^{-4}] = -17$$

$$W_2 = 16[0 + 1 \cdot (2)^{-1} + 1 \cdot (2)^{-2} + 1 \cdot (2)^{-3} + 1 \cdot (2)^{-4}] = 15$$

$$W_3 = 16[1 + 0 \cdot (2)^{-1} + 1 \cdot (2)^{-2} + 1 \cdot (2)^{-3} + 0 \cdot (2)^{-4}] = 22$$

De même pour tous les autres coefficients. On aura: $W = [W_1 \ W_2 \ W_3 \ W_4 \ W_5 \ W_6 \ W_7 \ W_8]$.

3.7.4. EZW dans les images

Suite à la transformation d'une image par ondelettes discrètes, il n'y a pas directement de compression de la taille de l'image. En effet, une image de 640*480 pixels sur 8 bits donne, après traitement par la DWT, 640*480 coefficients sur 8 bits, répartis entre les coefficients de détails (CD) et les coefficients d'approximations (CA). Comme dans tout encodage par transformation, le calcul de la transformée du signal à compresser est une des étapes de traitement en vue de la compression. La transformation vise principalement à assurer la décorrélation des pixels voisins pour permettre une quantification scalaire plus performante.

L'algorithme de Mallat sur 3 niveaux, donne une décomposition de ce type :

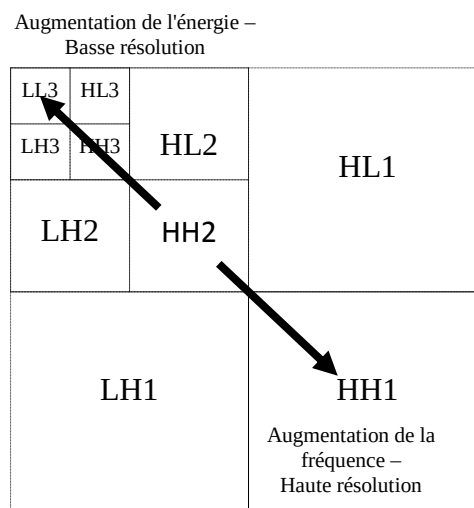


Figure 3.6 : Répartition de l'information après une décomposition 3 niveaux décomposée suivant l'algorithme de Mallat [Sha].

Dans la décomposition en trois niveaux d'une image, on trouve une série de coefficients d'approximations LL3 et 3 séries de HL : HL1, HL2, HL3; 3 séries de LH : LH1, LH2, LH3; 3 séries de HH : HH1, HH2, HH3. Dans ces séries de coefficients de même nature, les coefficients descendent les uns des autres, comme indiqué la figure 3.7. Prenons les coefficients HH, un coefficient HH dans le plus niveau de décomposition HH3 possède 4 descendants (enfants) dans HH2. Chaque coefficient de HH2 possède 4 enfants dans HH1. L'algorithme EZW cherche à exploiter ces relations de descendance entre les coefficients.

Ainsi, lors du balayage de l'image, tous les coefficients d'un niveau sont balayés avant de passer au niveau suivant; ceci donne lieu au balayage en Z de la figure 3.8.

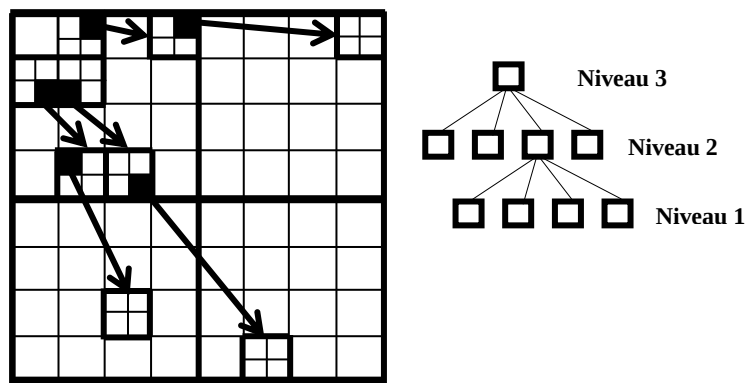


Figure 3.7 : Relations entre les coefficients d'ondelette dans différentes sous-bandes.

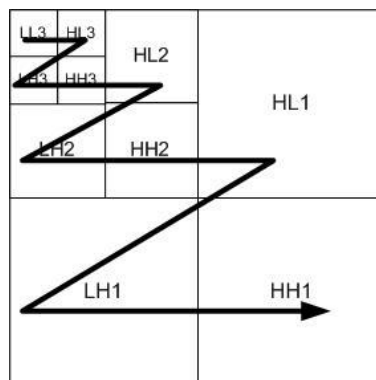


Figure 3.8 : Balayage de l'image assuré par l'algorithme EZW.

- **Exemple**

Dans cette section, un exemple simple sera employé pour mettre en évidence l'ordre d'opérations employées dans l'algorithme EZW.

L'exemple original de l'article Shapiro est repris ici sur les mêmes données pour faciliter la compréhension de cet algorithme. Rappelons que le codage est fait par plans de bits successifs.

On suppose qu'après transformée en ondelettes d'un signal à 2D 8x8 en trois niveaux, on aura les coefficients de la figure suivante :

63	-34	49	10	07	13	-12	07
-31	23	14	-13	03	04	06	-01
15	14	03	-12	05	-07	03	09
-09	-04	-14	08	04	-02	03	02
-05	09	-01	47	04	06	-02	02
03	00	-03	02	03	-02	00	04
02	-03	06	-04	03	06	03	06
05	11	05	06	00	03	-04	04

Figure 3.9 : Exemple de coefficients d'une image 8x8 à 3 niveaux [Sha].

Déroulement de l'EZW

Rappelons qu'un coefficient est déclaré significatif (symbole **POS** ou **NEG** suivant son signe) si sa valeur absolue est supérieure au seuil T_k du plan de bits. Sinon, soit il s'agit d'un zéro isolé (**IZ**) si au moins un de ses descendants est significatif, soit d'un arbre de zéros (**ZTR**) si aucun de ses descendants n'est significatif. Le déroulement de l'algorithme EZW sur les données de la figure 3.9 est décrit dans le tableau 3.1.

1. Le premier coefficient à la valeur (**63**), il est supérieur au seuil courant (**32**), le symbole **POS** est émis.
 2. (**-31**) est non significatif, mais il possède un descendant qui est significatif (**47**) c'est un zéro isolé, **IZ** est émis.
 3. (**23**) est non significatif et tous ses descendants sont non significatifs, il s'agit donc d'un arbre de zéros, **ZTR** est émis.
 4. (**7**) est non significatif et comme les sous-bandes **HL1** n'a pas de descendant, les symboles **IZ** et **ZTR** peuvent être regroupés en un seul symbole **Z**.
 5. (**47**) est significatif, le symbole **POS** est émis. Comme ce symbole sera traité pendant la passe de raffinement (le symbole **14** de la **LH2** sera alors une racine d'un arbre de zéros).
- On se résumé la résultat pour seuil le tableau 3.1.

Sous-bande	Valeur du coefficient	Symbole
LL3	63(0.0)	POS
HL3	-34 (1.0)	NEG
LH3	-31(0.1)	IZ
HH3	23(1.1)	ZTR
HL2	49(2.0)	POS
HL2	10(3.0)	ZIR
HL2	14(2.1)	ZTR
HL2	-13(3.1)	ZTR
LH2	15(0.2)	ZTR
LH2	14(1.2)	IZ
LH2	-9(0.3)	ZTR
LH2	-7(1.3)	ZTR
HL1	7(4.0)	Z
HL1	13(5.0)	Z
HL1	3(4.1)	Z
HL1	4(5.1)	Z
HL1	-1(2.4)	Z
HL1	47(3.4)	POS
HL1	-3(2.5)	Z
HL1	-2(3.5)	Z

Tableau 3.1 : Seuillage des coefficients par rapport au seuil T=32.

D1: pnztptttztttttptt

S1: 1010

D2: ztnptttttt

S2: 100110

D3: zzzzppnppntnnptptnttttttpttptttttttptttttttt

S3: 10011101111011011000

D4: zzzzzztztznzzzzptptpnpntnttttptpnppttttpttptpnp

S4: 11011111011001000001110110100010010101100

D5: zzzzztzzzztpzzztptttntptpptptttnppnttttppnnppttptpptt

S5: 10111100110100010111110101101100100000000110110110011000111

D6: zzzttzttzttnnttt

Le passage subalterné au dernier niveau peut être omis parce que le seuil subalterné a lieu à ce moment déjà zéro.

3.8. Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés au codage des coefficients d'ondelettes, en utilisant les structures d'arbres de zéros, basée sur la décomposition 2D des images; méthode nommée EZW. Pratiquement, cette dernière permet d'atteindre des PSNR de l'ordre de 70 dB pour des débits de 0.5 bpp.